

## 2. Terme

Mithilfe des Computeralgebrasystems (CAS) von GeoGebra lassen sich Terme umformen. Einerseits kannst du dabei Schritt für Schritt vorgehen (wie du am Papier arbeiten würdest), andererseits steht dir eine Reihe von geeigneten Befehlen zur Verfügung.

### 2.1 Expandieren und Faktorisieren

Willst du einen Term ausrechnen, kannst du das in den meisten Fällen über Erweitern (Auswahl über Menü) oder mit dem Befehl `Expand()` (oder `Multipliziere()`). Umgekehrt kannst du einen Term in eine Produktdarstellung verwandeln, wenn du Faktorisieren (Auswahl über Menü) wählst oder direkt den Befehl `Factor()` (oder `Faktorisiere()`) anwendest.

**6** a) Rechne die folgenden Terme aus und kontrolliere dein Ergebnis mittels CAS:

- (1)  $(a + b)^7 =$
- (2)  $(4a + 17b) \cdot (4a - 17b) =$
- (3)  $(5x - 3)^2 - (5x + 2)^2 =$

b) Verwandle die folgenden Terme in ihre Produktdarstellung:

- (1)  $x^4 - 1$
- (2)  $x^5 + 1$
- (3)  $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4$

CAS	
1	Multipliziere((a+b)^7) → $a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$
2	(4a+17b)(4a-17b) → $16a^2 - 289b^2$
3	(5x-3)^2 - (5x+2)^2 → $5 - 50x$
4	Faktorisiere(x^4-1) → $(x-1)(x+1)(x^2+1)$
5	Faktorisiere(x^5+1) → $(x+1)(x^4-x^3+x^2-x+1)$
6	Faktorisiere(x^4+2x^3-3x^2-8x-4) → $(x-2)(x+1)^2(x+2)$

**Hinweis:** GeoGebra wird ständig weiterentwickelt. Ab Version 4.0 kann man bei der Eingabe von Befehlen sowohl eckige als auch runde Klammern verwenden.

Eckige Klammern werden im Algebra-, runde im CAS-Fenster favorisiert. Im Themenheft werden wir meist runde Klammern verwenden.

### 2.2 Terme definieren und auswerten

Soll ein Term mit einem Namen angesprochen werden, so kannst du dies im GeoGebra-CAS mit einem definierenden Doppelpunkt erreichen, z. B.:  $T(x) := \pi \cdot x^2$

**7** Definiere die Terme  $T_1(x) = x + 1$ ,  $T_2(x) = \frac{1}{x+1}$  und  $T_3(x) = \frac{1}{2x-1}$  und werte sie jeweils an der Stelle  $x = -1$  aus.

CAS	
1	T1(x):=x+1 → $T1(x) := x + 1$
2	T1(-1) → 0
3	T2(x):=1/(x+1) → $T2(x) := \frac{1}{x+1}$
4	T2(-1) → ?
5	T3(x):=1/(2x-1) → $T3(x) := \frac{1}{2x-1}$
6	T3(-1) → $-\frac{1}{3}$

**Hinweis:** Achte bei der Eingabe eines Terms in ein CAS immer besonders auf die korrekte Klammersetzung! Dabei hilft dir, wenn du dir zuvor die Struktur des Terms bewusst machst.

### Aufgaben

**8** Vereinfache die folgenden Terme!

- a)  $((u - v)^2 + (u^2 - v^2))^2$
- b)  $((x - y^2)^3 - (x^2 - y)^3)^2$
- c)  $(3r^2\pi - (7r^3\pi - 5\pi)^2) \cdot (2\pi)^2$

**9** Verwandle die folgenden Terme in ihre jeweilige Produktdarstellung!

- a)  $a^7 + 1$
- b)  $16x^2y + xy - 48xy^2 - 8x^2y^2$
- c)  $(6r + 12s) \cdot (-2t) + 4 \cdot (r + 2s)$

**10** Terme können auch von mehreren Parametern abhängen, z. B.: Definiere einen Term der das Zylindervolumen beschreibt!

- a) Welches Volumen hat ein Zylinder mit  $r = h = 1$ ?
- b) Auf das Wievielfache steigt das Volumen eines Zylinders, wenn der Radius verdoppelt und die Höhe verdreifacht wird?

CAS	
1	V(r,h):=r^2*pi*h → $V(r, h) := r^2 \pi h$
2	V(1,1) → $\pi$
3	V(2r,3h) → $12r^2 \pi h$

## 2.3 Variable

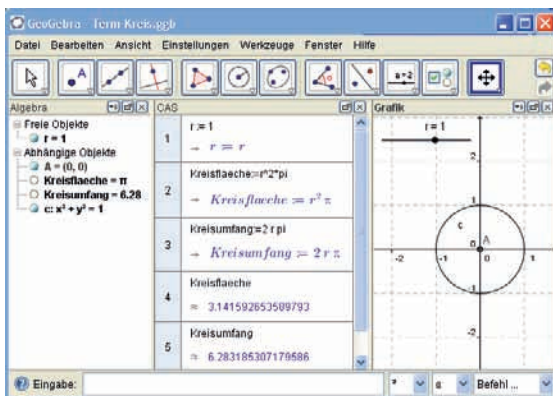
Variablen werden (wie Terme) durch einen definierenden Doppelpunkt festgelegt.

### Variablendefinition im CAS-Fenster

Alle Ausdrücke, die im CAS-Fenster von GeoGebra definiert werden, gelten als *globale Variable*. Derartige Ausdrücke werden in das Algebrafenster übernommen, sofern sie numerisch auswertbar sind.

Wird z. B. im CAS-Fenster eine Variable  $r := 1$  definiert, so erscheint sie auch gleich im Algebrafenster. Wird sie dort sichtbar gemacht, erscheint im Grafikfenster ein *Schieberegl* mit dem der Wert der Variablen verändert werden kann.

Eine Veränderung des Wertes der Variablen kann auch durch eine neue Zuweisung (z. B.  $r := 2$ ) im Algebra- oder CAS-Fenster erfolgen. Jede Veränderung ist sofort in allen anderen Ansichten sichtbar.



**Hinweis:** Wird im CAS-Fenster bei der Definition einer Variablen ein Strichpunkt angehängt, so wird die Ausgabe unterdrückt. Durch eine Leerdefinition (z. B.  $r :=$ ) oder mit dem Befehl `Lösche(r)` wird eine Variable wieder entfernt.

### Variablendefinition im Algebra-Fenster

Variablen, die im Algebra-Fenster definiert werden, erscheinen im CAS-Fenster nicht. Sie sind dort aber bekannt und können daher verwendet werden.

Variablenamen können auch aus mehr als einem Buchstaben bestehen. Weiters kann bei der Definition einer Variablen auch ihr eigener Name herangezogen werden, d. h. rekursive Definitionen sind erlaubt.

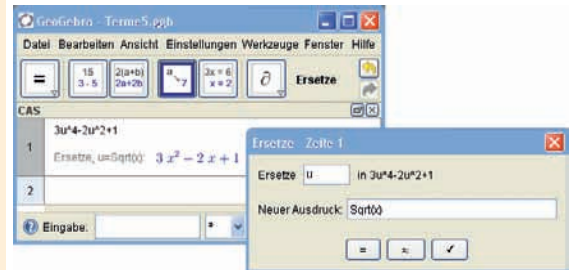
1	kapital:=100 → $kapital := 100$
2	kapital:=kapital+kapital*1.03 → $kapital := 203.00$
3	kapital:=kapital+kapital*1.03 → $kapital := 412.0900$

**Hinweis:** Verwende das „=“-Zeichen, um die vorhergehende Eingabe in eine neue Zeile zu kopieren.

## 2.4 Substituieren in Termen

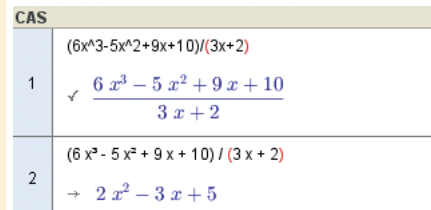
Du kannst in Termen beliebige Ausdrücke durch andere ersetzen, in der Mathematik wird dabei von **Substitution** gesprochen.

- 11 Ersetze im Term  $3u^4 - 2u^2 + 1$  den Ausdruck  $u^2$  durch  $x$ .



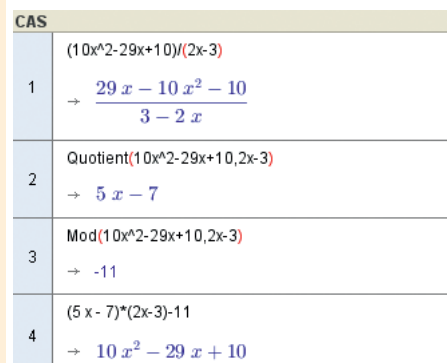
## 2.5 Bruchterme

- 12 a) Vereinfache den Bruchterm indem du die Division ausführst:  $T(x) = \frac{6x^3 - 5x^2 + 9x + 10}{3x + 2}$



- b) Überprüfe das Ergebnis der Division:

$$(10x^2 - 29x + 10) : (2x - 3) = 5x - 7 - \frac{11}{2x - 3}$$



### Aufgaben

- 13 Führe folgende Termdivisionen aus und überprüfe das Ergebnis.

a)  $\frac{9x^4 + 9x^3 - 17x^2 + x - 2}{x - 1}$

b)  $\frac{12x^3 + 22x^2 - 3x - 6}{3x + 1}$